

# 小学生数学应用题解题水平影响因素的实验研究\*

负丽萍<sup>1</sup> 游旭群<sup>2</sup>

(1. 长安大学 心理咨询中心, 西安 710064 2. 陕西师范大学 教育科学学院, 西安 710062)

**摘 要:** 该研究采用四因素混合实验设计考察不同的问题呈现方式对不同视空间能力、场认知方式以及不同年级小学生的数学应用题解题水平的影响情况, 研究得出以下结论: 有一定视觉提示的问题呈现方式在不同程度上促进了小学生数学应用题解题水平的提高, 但不同的问题呈现方式对不同被试影响情况不同, 低空间能力-场依存型被试在图形提示的呈现方式下解题水平提高程度最大。

**关键词:** 视空间能力 场认知方式 解题水平 呈现方式

中图分类号: B842.5 文献标识码: A 文章编号: 1003-5184(2006)04-0063-05

## 1 引言

国内外研究发现, 很多小学生存在不同程度的数学应用题解题困难, 因此, 小学数学应用题解题水平的研究一直被认为是数学问题解决中的一个核心问题。视觉空间能力被认为是人类智能结构中的重要组成部分, 国内外的学者从未轻视过空间因素在问题解决中的价值。虽曾有研究<sup>[1]</sup>发现视觉表象的广泛运用, 并不总是能有效地促进数学问题的解决, 有时甚至导致错误的解决。但更多研究者<sup>[2-4]</sup>认为视觉表征对于数学教育而言很重要, 因为它有助于学生形成直觉观点, 促进学生对许多数学知识的理解, 并得出空间能力与数学问题解决的成绩有正相关, 与图式表征方式的使用成正相关, 而与图形表征的使用无相关或呈负相关等结论。然而, 这些结论几乎都来自对小学较高年级儿童的考察, 很少有关于小学低年级儿童的研究。

场认知方式是指个体在识别客体间关系特征, 对非结构情景的组织及在认知上的重建问题的能力<sup>[5]</sup>。与数学学习有关的认知方式的研究, 已经得到较多一致的结论, 即场独立性与数学学习之间有明显的正相关, 场独立性特征越强, 解决数学问题的能力就越强, 数学学习成绩也就越好。Witkin 在研究中发现, 场独立性的人能较快地从复杂图形中找到指定的简单图形, 比场依存性的人更能从习惯的

解题模式中摆脱出来, 这说明他们认知改组能力强, 而且正如有些研究所说, 场独立性个体还表现出具有成熟的元认知技能的优势<sup>[6]</sup>, 这些在元认知技能方面表现出来的优势特征有利于客体利用自身良好的内部认知参照体系来解决问题。研究同时将视空间能力、场认知方式两个因素引入实验设计中, 以期较为全面地探讨两因素在小学数学问题解决过程中的作用及其交互作用。

为进一步揭示小学数学应用题解题能力的认知发展规律以及导致小学数学应用题解决障碍的内部机制, 研究采用横断研究设计, 从发展角度研究不同视空间能力和不同场认知方式的二、四、六年级学生在“文字”、“文字加图形”、“文字加图式”三种不同的问题呈现方式下的数学应用题解题水平, 从而更细致地了解小学生数学应用题解题水平的影响因素, 为提高小学数学教学的有效性和针对性提供理论和实证依据, 为提高小学生数学应用题解题能力提供有效的实施途径。

## 2 研究方法

### 2.1 被试

采取分层抽样的方法选取被试。在陕西师范大学附属小学中选取二、四、六三个年级 492 名学生, 作为初选对象。其中二年级学生 176 名, 四年级学生 157 名, 六年级学生 155 名。对每个学生分别进

\* 基金项目: 全国教育科学“十五”规划重点课题(DBA010156)

行两次测验——团体镶嵌图形测验(GEFT)认知分化成套测验(CLB)中的视觉空间能力测验。根据实验的要求选出符合条件被试86名,参加正式实验。其中二年级29名,四年级27名,六年级30名,平均年龄从7.4~11.5岁,总人数男女比例为1:1。

## 2.2 研究材料

### 2.2.1 测验材料

1)视觉空间能力测验,采用H. Gordon(1986)的认知分化成套测验修订版(cognitive literacy battery, CLB)中的独立部分——视觉空间能力测验来测量儿童的视空间能力。修订后研究表明CLB中文版的测验较好地维持了原量表的结构和功能<sup>[7]</sup>。

2)团体镶嵌图形测验(GEFT),采用北京师范大学心理系修订的“镶嵌图形测验”来测量被试的场认知方式。该测验为三部分,第一部分为练习,二、三部分为正式测验。

### 2.2.2 实验材料

采用自编的小学数学应用题(一部分来自Thomas<sup>[8]</sup>的研究,一部分由研究者和小学数学高级教师共同编制),为突出考察效果,每个题目均包含一个空间因素,如爬楼梯、种树等。

### 2.2.3 其他材料

秒表、采访录音机、稿纸、记录纸、笔、橡皮等。

## 2.3 实验设计和研究程序

$3(\text{年级}) \times 2(\text{认知方式}) \times 2(\text{空间能力}) \times 3(\text{呈现方式})$ 的四因素混合实验设计用来考察学生的解题水平。其中年级、认知方式、视空间能力为组间因素,问题的呈现方式为组内因素。

实验材料以卡片形式呈现给被试,采用事后口语报告法对被试的解题水平进行分析。每道题的解题时间不超过2.5分钟。解题水平用解题所需的反应时和解题正确率两个因素来衡量。由于三种问题呈现方式下的题目具有同质性,为了避免练习效应,实验分三个阶段进行,一个阶段进行时间为一周。每次测验结束主试不允许向被试透漏任何暗示性信息,实验结束后用SPSS10.0统计软件包对收集的数据进行处理和分析。

## 3 结果分析

3.1 进行年级 $3 \times$ 认知方式 $2 \times$ 空间能力 $2 \times$ 呈现方式 $3$ 的混合设计方差分析,结果见表1。

表1 影响解题水平的各因素的方差分析结果

变异来源	df	MS	F
主效应			
认知方式(F)	1	1786.47	32.94***
空间能力(S)	1	2053.13	37.85***
年级(G)	2	3091.37	56.99***
呈现方式(J)	2	194.39	23.42***
交互作用			
F×S	1	152.94	2.82
F×G	2	112.87	2.08
S×G	2	43.95	0.81
J×F	2	49.16	5.92**
J×G	4	56.59	6.82***
J×S	2	17.65	2.13
F×S×G	2	175.14	3.23*
J×G×F	4	12.89	1.56
J×F×S	2	23.42	2.82
J×G×S	4	11.96	1.44
J×G×S×F	4	10.55	1.27

重复测量一个因素的方差分析结果显示:问题呈现方式、年级、认知方式、空间能力的主效应显著。在二重交互作用中,问题呈现方式与年级的交互作用显著( $F_{(4,148)} = 6.817, p < 0.001$ )。这一结果表明,不同年级被试在不同的问题呈现方式下其解题水平不同(问题呈现方式与年级的交互作用见图1)。由图1可见,三个年级在文字呈现下的解题水平均较低;从二年级到四年级图形呈现下的解题水平均高于图式呈现,而从四年级到六年级图式呈现下解题水平的提高速度高于图形呈现,即图形提示有利于小学较低年级儿童解题水平的提高,而对于较高年级的儿童,图式提示更有利于其解题水平的提高。问题呈现方式与认知方式的交互作用显著( $F_{(2,148)} = 5.922, p < 0.001$ )。这一结果表明,问题呈现方式对不同认知方式儿童的解题水平影响不同(问题呈现方式与认知方式的交互作用见图2)。对不同认知方式被试在不同问题呈现方式下的解题水平做ANOVA分析,场依存组被试在三种呈现方式下解题水平有显著差异( $F_{(2,126)} = 3.842, p < 0.05$ )。

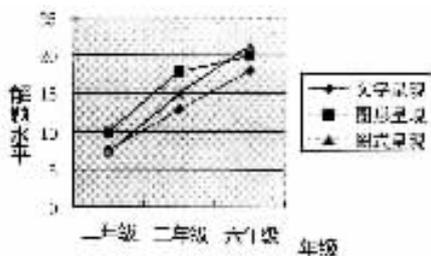


图1 呈现方式与年级的交互作用

问题呈现方式与空间能力的交互作用、年级和空间能力的交互作用、问题呈现方式与年级、认知方式三者间交互作用、问题呈现方式与年级、空间能力三者间交互作用、问题呈现方式与年级、认知方式、空间能力三者间交互作用、问题呈现方式与年级、空间能力三者间交互作用均不显著。

认知方式和空间能力的交互作用接近显著 ( $F_{(1,74)} = 2.82, p = 0.093$ ) ;这一结果表明,不同空间能力被试的解题水平受认知方式的影响趋势略有不同。问题呈现方式与认知方式、空间能力三者对解题水平的交互作用接近显著 ( $F_{(2,148)} = 2.821, p =$

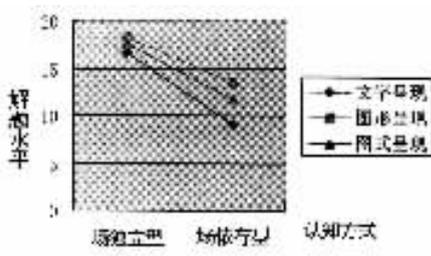


图2 呈现方式与认知方式的交互作用

0.063) ,这一结果表明这三个变量的不同水平之间具有较为复杂的关系。对此三元交互作用作进一步的简单交互作用检验,发现只在低空间能力水平上,认知方式和问题呈现方式的交互作用显著 ( $F_{(2,82)} = 5.161, p = 0.008$ ) ,即对于低空间能力的被试来讲,问题的呈现方式对场依存型被试解题水平的影响较大,图形呈现下其解题水平较图式呈现与文字呈现下的提高程度都大,即图形提示对低空间-场依存被试的解题水平有较大的促进作用。

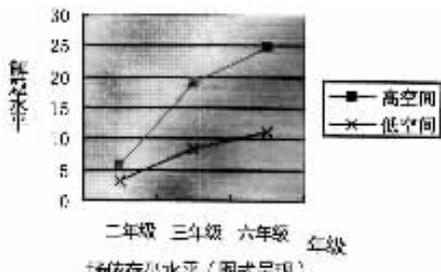
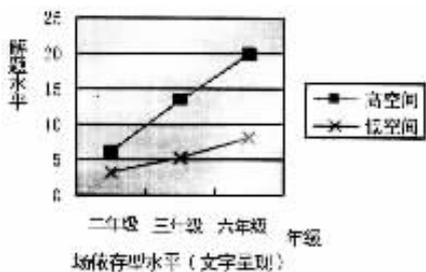


图3 年级、认知方式、空间能力对解题水平的交互作用

年级、认知方式、空间能力对解题水平的交互作用显著 ( $F_{(2,74)} = 3.229, p < 0.05$ ) ;对此三元交互作用作进一步的简单交互作用检验,发现只有文字 ( $F_{(2,37)} = 4.040, p = 0.026$ ) 和图式 ( $F_{(2,37)} = 0.524, p = 0.042$ ) 两种呈现方式下场依存型水平上,空间能力和年级的交互作用显著(此交互作用见图3);当题目以图式呈现时,场依存型被试解题水平的发展速度在四年级到六年级阶段出现转折。

#### 4 讨论

##### 4.1 不同问题呈现方式的效果

数学应用题的不同呈现方式对小学生的数学应用题解题水平具有较大的影响作用。从总体上讲,图形呈现和图式呈现下的解题水平均高于文字呈现

下的解题水平,即视觉提示有助于小学儿童解题水平的提高。问题呈现方式和空间能力、认知方式、年级之间有较为复杂的交互作用,见下述。

##### 4.2 实验研究中的发展因素

从研究的结果来看,随着年级的升高,学生的视觉空间能力增强、场独立性增强、数学应用题解题水平逐渐提高。这是由于随着年龄的增长,大脑的逐步发育以及大脑功能一侧化的增强、数学训练的增加、问题解决策略和各种知识结构的不断完善、生活中表象经验的积累,学生使用视觉-形象表征的能力不断增强等因素相互影响、相互促进的结果。

不同的问题呈现方式对不同年级的被试具有不同的影响。对于二年级学生来讲,在图形呈现对二

年级学生进行表象思维和解题起到了促进作用,其解题水平最高。因为图形这种视觉提示不但能显示一定的空间关系,又无需过多地对这些较为具体的空间关系进行转换和解释,当问题以图形呈现时,其解题水平较文字呈现时有了很大提高。而由于二年级学生经过的数学训练相对较少,表象经验积累不足,空间能力较低,对于图式缺乏必要的解释能力,因此图式呈现对二年级被试没有任何帮助作用。四年级儿童在图形提示和图式提示下的解题水平均高于文字呈现下的解题水平,其中图形提示下的解题水平最高。这可能与四年级儿童采用图形表征方式的水平较二、六年级都高有一定的关系,由于提示中所出现的图形与他们头脑中已有认知结构比较吻合,不需多余的表征转换,因而图形提示对四年级儿童解题效率和准确率上都有一定程度的促进作用。六年级儿童在图形提示和图式提示下的解题水平也均高于文字呈现条件的解题水平,其中图式提示下的解题水平达到最高,此结论与 Thomas<sup>[8]</sup>的研究结果一致,这是因为图式是一个半具体的,抓住了问题中事物的空间关系的、动态的、结构化的表征形式,需要一定的数学知识和解释能力将图式和问题联系起来,而六年级学生已初步具备了这种解释能力。从总体发展趋势看,数学应用题在文字呈现条件下解题水平的发展速度较为缓慢,由二年级到四年级这一阶段图形和图式呈现方式下解题水平的发展速度基本一致,而从四年级到六年级这一时期,图式呈现下的解题水平的发展速度明显优于图形呈现下的解题水平,此结果从另一角度验证了曾盼盼<sup>[4]</sup>等人的研究结果,即到了六年级,学生的图式表征水平明显成熟,因此对图式的解释和使用能力明显增强。

#### 4.3 空间能力差异

研究证实高空间能力的学生其数学应用题解题水平远远优于低空间能力被试。主要是由于高空间能力的学生能更有效地使用视觉形象来表征数学问题,这样不但可以减轻记忆负荷,而且还可以从整体上把握问题,避免信息的遗漏,从而更好地了解问题解决的实质和关键,即空间能力是衡量数学能力的一个重要方面。此结果支持了 Wheatley<sup>[9]</sup>的研究结果,即空间能力和数学学习之间有着紧密的联系,仅从数学概念的理解方面讲,高空间能力学生对知识

的建构是有联系、有意义的,而低空间能力的学生对数学知识的理解具有机械性<sup>[9]</sup>。同时否定了其他如 Fennema & Tarré<sup>[10]</sup>所得的数学成绩与空间能力无关等结论。

研究表明,空间能力与认知方式和不同的问题呈现方式之间有较复杂的关系。对于低空间-场独立型被试来讲,有提示的呈现方式下其数学应用题解题水平的提高不明显,而低空间-场依存型学生其解题水平在不同问题呈现方式下解题水平变化很大,其中图形呈现下其解题水平最高,即低空间能力场依存型被试更适合图形视觉提示。这与被试空间能力较低,把握半具体的,抓住问题中事物的空间关系的、动态的、结构化的图式提示的能力也较低,但他们能较为有效地利用图形帮助其进行具体的形象思维。

由于空间能力、认知方式与年级之间交互作用显著,显示出高空间-场依存型学生其解题水平从二年级到六年级发展速度很快,而低空间-场依存型学生的解题水平提高较慢。这是由于现在的数学教学一直提倡表象教学,在接受数学训练的过程中,高空间能力的被试较易在表象训练的过程中增长和积累更多的表象知识,因此使用视觉-空间表征来帮助解题的能力也较强。

#### 4.4 认知方式差异

实验与以往研究一致,场独立性越强,数学能力越强<sup>[11]</sup>。由于场独立的儿童比场依存型的儿童在任务分析上和知觉对象的区分上更有能力。他们更喜欢独立的活动,有自我定义的目标,能对内在的强化做出反应,喜欢对自己的学习进行规划和重新构造,有研究表明学生的场独立性水平与其数学思维灵活性之间呈显著正相关<sup>[12]</sup>,再加上其具有成熟的元认知技能<sup>[6]</sup>,在数学问题解决过程中,他们能不断地对认知活动进行监控和管理,选取策略以及调整思路。因此场独立性被试在数学应用题解决过程中表现出明显的优势。

不同的问题呈现方式对不同认知方式的学生产生影响的情况不同,无论是场独立型还是场依存型被试,其数学应用题解题水平由高到低的顺序都是:图形呈现、图式呈现、文字呈现,但不同认知方式组在不同问题呈现方式之下的解题水平的变化情况具

有不同趋势。例如对于场独立型被试来讲,其在三种呈现方式下的解题水平差异不显著,而对场依存型被试,在不同的问题呈现方式之下,其解题水平有显著差异,尤其是图形呈现下其解题水平最高,说明图形这种视觉提示有利于场依存学生数学应用题解题水平的提高,前人研究<sup>[12]</sup>所得的场依存型被试受暗示性较强等结论具有一致性。

## 5 研究结论

5.1 视空间能力是影响数学应用题解决的重要因素之一,空间能力越高,数学解题水平也越高;场认知方式与数学问题解决关系密切,学生场独立性越强,数学解题水平越高。

5.2 不同问题呈现方式是影响小学生数学应用题解题水平的重要因素之一。有一定视觉提示的问题呈现方式在不同程度上促进了小学生数学应用题解题水平的提高。但不同问题呈现方式对不同年级、不同空间能力被试影响不同。其中较低年级、低空间能力被试更适合图形呈现方式,较高年级、较高空间能力被试更适合图式呈现。

5.3 不同认知方式被试受不同问题呈现方式的影响也有所不同,在有视觉提示的呈现方式下,场依存型被试数学应用题解题水平提高程度较场独立型被试大,其中低空间能力-场依存型被试在图形提示的呈现方式下解题水平提高程度最大。

## 参考文献

1 Presmeg N C. Prototypes ,metaphors ,metonymies ,and imaginative rationality in high school mathematics. *Journal of Education-*

- al Studies in Mathematics* ,1992 ,23 :595 - 610.
- 2 克鲁切茨基(苏).中小学生学习能力心理学.上海:上海教育出版社,1983.286-310.
- 3 Mary Hegarty , Maria Kozhevnikov. Type of Visual - spatial Representations and Mathematical problem solving. *Journal of Education Psychology* ,1999 ,91(4):684 - 689.
- 4 曾盼盼,俞国良.小学生视觉-空间表征类型和数学问题研究. *心理科学* 2003 26(2):268 - 271.
- 5 游旭群,于立身.认知特征、场独立性与飞行空间定向关系的研究. *心理学报* 2000 32(2):158 - 163.
- 6 Kush J C. Field - dependence , cognitive ability , and academic achievement in Anglo American and Mexican American students. *Journal of Cross Cultural Psychology* ,1996 ,27(5):561 - 575.
- 7 游旭群,季浏等.中国大学生 CLB 试用结果的因素分析研究. *心理科学* ,1996 ,19(6):370 - 372.
- 8 Booth R , Thomas M. Visualization in mathematics learning : Arithmetic problem solving and student difficulties. *Journal of Mathematic Behavior* 2000 ,18(2):169 - 190.
- 9 Wheatley G. H. Enhancing mathematics learning through imagery. *Journal of Arithmetic Teacher* ,1997 45(1):34 - 36.
- 10 Fennema E , Tarte L A. The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal of Research in Mathematics Education* ,1985 ,16(3):184 - 206.
- 11 张厚粲.关于认知方式的实验研究——场依存性特征对学习后效和图形后效的影响. *心理学报* ,1981 ,3(2):299 - 304.
- 12 李明振.认知方式及其与学生数学思维灵活性的关系研究. *心理发展与教育* ,1994 3(1):16 - 20.

# The Study on the Influence on Pupils 'Primary Pupils ' Mathematical Performance

Yun liping<sup>1</sup> ,You Xuqun<sup>2</sup>

( 1. Psychological Counseling Center of Chang 'an University , xi 'an 710064 ;

2. School of Education and Science ,Shanxi Normal University ,Xi 'an 710062 )

**Abstract** :This research mainly focus on observing the influence of various visual - spatial ability , cognitive style and three different presentations on pupils ' mathematical Performance. The results indicated : problem presentation is one of the factors affecting the pupils ' mathematical performance . When problem presenting with certain visual hint will elevate the mathematical performance . Different problem presentations will result in different influence on different pupils . The performance of the students of lower spatial ability of field dependent style will elevate most under picture hint presentation .

**Key Words** :visual - spatial ability ;cognitive style ;mathematical performance ;problem presentations