

# 比较应用题的问题表征策略研究\*

冯 虹<sup>1</sup> 阴国恩<sup>1,2</sup> 安 容<sup>3</sup>

(1. 天津师范大学 教育学院, 天津 300074 2. 天津师范大学 心理与行为研究中心, 天津 300074 3. 天津大学 职业教育学院, 天津 300074)

**摘 要** 采用  $2 \times 2 \times 4$  三因素混合实验设计, 对不同年级学生解比较应用题过程中的各种指标进行分析, 结果表明: 学生解比较应用题时的问题表征策略存在显著的年级差异; 数学成绩优生、差生存在不同的问题表征策略; 题目呈现方式对学生的问题表征策略有显著影响。

**关键词** 比较应用题; 问题表征策略; 呈现方式

中图分类号: B842.5

文献标识码: A

文章编号: 1003-5184(2007)02-0040-04

## 1 引言

比较应用题是指题目中包含了 1 个关系陈述句并对题目中的 2 个量做了比较的应用题。Hegarty 等人<sup>[1]</sup>对比较应用题的研究表明, 不成功的解题者仅根据“关系词”来选择算法, 如看到“……比……多”就用加法, 看到“……比……少”就用减法; 而成功的解题者根据变量之间的关系建立数学表征并依此选定算法。Stepher<sup>[2]</sup>以比较应用题为实验材料, 研究发现不同解题者的行为是因为采用了不同的问题表征策略。陈英和<sup>[3]</sup>认为, 对数学应用题的心理表征存在两种策略: 直接转换策略是解题者首先从题目中选取数字, 然后对数字进行加工, 其中强调量的推理即计算过程; 问题模型策略是解题者首先试图理解问题情境, 然后根据问题情境表征制订解题计划, 其中强调质的推理, 即理解问题中条件之间的关系。

研究拟探讨学生在比较应用题解题过程中的问题表征策略的发展规律, 通过专家、新手解题过程的比较, 探讨合理有效的问题表征策略, 通过实验材料的不同呈现方式, 探讨了呈现方式对学生问题表征策略的影响。

## 2 研究方法

### 2.1 被试

被试 80 人, 分别来自小五、初二、高二和大二, 每个年级数学成绩优生和差生各 10 人。数学成绩优生与差生的界定: 分别对各年级进行统一测验后, 测验成绩标准分 2 以上的学生为数学成绩优生, 标准分 2 以下的学生为数学成绩差生。所有被试的智

力正常。

### 2.2 实验材料及呈现方式

正式实验前, 先用 16 道比较应用题对不参加实验的小学五年级两个班的学生(共 90 人)和小五数学教师进行测试, 要求他们解题后对题目的难度进行“难、一般、容易”的评定。在学生与教师评定结果一致的题目中选取 4 道一般难度的题目为正式实验材料。每题都用 Power Point 做成幻灯片, 用计算机逐题呈现。呈现方式有长时呈现(解题过程中材料始终呈现)和短时呈现(材料只呈现 30 秒)。

### 2.3 实验设计

实验采用  $2(\text{呈现方式}) \times 2(\text{数学成绩}) \times 4(\text{年级})$  的混合设计。呈现方式为被试内变量, 为平衡顺序效应, 采用轮组法呈现, 数学成绩分为优生和差生 2 个水平, 年级有小五、初二、高二和大二 4 个水平, 数学成绩和年级均为被试间变量。

### 2.4 结果统计

因变量指标包括: 解题正确百分数、重新读题次数和问题表征策略。解题正确百分数是指被试解答正确的题目数占题目总数的百分数。重新读题次数是指第一遍读题后对题目中任何一句或者某句中的某个词的阅读。根据被试在解题过程中的不同行为模式来定义问题表征策略, 如果主试很明显地观察到下列行为则记为直译策略: 被试在没有考虑题目背景的前提下就指出题目中的某个元素; 被试在没有提到题目背景的前提下反复重复某个数字; 被试在没有记录或改变题目给出的信息条件的情况下, 反复重读个别句子; 被试在没有提到两个变量间的

\* 基金项目: 教育部人文社会科学重点研究基地重大项目(02JAZJDXLX003, 06JJDJDXLX003), 天津市哲学社会科学研究规划(TJ05-JX015)。

关系时就完成了数学计算 ,如果主试很明显地观察到下列行为则记为数学模型策略 :被试分别阅读每个句子 ,并记下给定的信息和题目背景 ,被试先通读题目后 ,记录给定信息时再重读个别句子 ,被试在题目背景下陈述或记录题目信息 ,或者对计算步骤给出解释 ,被试合并背景信息后写出或说出中间结果

或最后结果。

3 结果与分析

3.1 解题正确百分数和重新读题次数的比较

被试解比较应用题时的解题正确百分数和重新读题次数见表 1。

表 1 比较应用题解题正确百分数( % )和重新读题次数的平均数和标准差

被试	数学成绩	人数	解题正确百分数				重新读题次数			
			短时呈现		长时呈现		短时呈现		长时呈现	
			$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$M$	$SD$	$M$	$SD$
小五	优生	10	70.000	34.960	90.000	21.082	1.900	0.568	2.600	0.699
	差生	10	20.000	34.960	35.000	33.747	2.150	0.580	3.650	0.883
初二	优生	10	75.000	35.355	90.000	21.082	1.700	0.483	2.550	0.497
	差生	10	40.000	45.947	80.000	25.820	2.200	0.422	2.900	0.658
高二	优生	10	75.000	35.355	95.000	15.811	1.400	0.394	2.450	0.550
	差生	10	70.000	34.960	90.000	21.082	1.900	0.516	2.650	0.530
大二	优生	10	85.000	24.152	90.000	21.082	1.550	0.438	2.250	0.717
	差生	10	75.000	35.355	90.000	21.082	1.700	0.350	2.300	0.483

对不同年级、不同数学成绩被试在两种呈现方式下解题正确百分数进行重复测量 1 个因素的 3 因素方差分析 ,表明年级的主效应显著 , $F = 5.864$  , $p = 0.001$  ,数学成绩的主效应显著 , $F = 13.072$  , $p = 0.001$  ,呈现方式的主效应显著 , $F = 33.750$  , $p = 0.000$  ,年级与数学成绩的交互作用显著 , $F = 3.631$  , $p = 0.017$ 。在年级的 4 个水平上对被试的解题正确百分数进行数学成绩差异的简单效应检验 ,表明小五优生的解题正确百分数显著高于差生 , $F = 19.941$  , $p = 0.000$ 。对不同年级、不同数学成绩被试在两种呈现方式下的重新读题次数进行重复测量 1 个因素的 3 因素方差分析 ,表明年级的主效应显著 , $F = 9.732$  , $p = 0.000$  ,数学成绩的主效应显著 , $F =$

$18.825$  , $p = 0.000$  ,呈现方式的主效应显著 , $F = 89.708$  , $p = 0.000$ 。

3.2 问题表征策略的比较

不同年级被试解比较应用题时的问题表征策略差异显著 , $\chi^2 = 83.252$  , $p = 0.000$ 。低年级被试倾向于使用直译策略 ,高年级被试倾向于使用数学模型策略。

不同年级、不同数学成绩被试在不同呈现方式下对比较应用题的问题表征策略的比较见表 2。实验结果表明 ,呈现方式对小五、初二被试的问题表征策略影响非常显著。不同数学成绩的小五被试的问题表征策略之间差异非常显著。

表 2 不同年级、不同数学成绩被试的问题表征策略的呈现方式差异

年级	呈现方式	直译策略 ( 人次 )	数学模型 ( 人次 )	$\chi^2$	数学成绩	直译策略 ( 人次 )	数学模型 ( 人次 )	$\chi^2$
小五	短时呈现	29	11	7.366 <sup>* **</sup>	优生	10	30	34.578 <sup>* **</sup>
	长时呈现	17	23		差生	36	4	
初二	短时呈现	26	14	5.013 <sup>* *</sup>	优生	17	23	3.208
	长时呈现	16	24		差生	25	15	
高二	短时呈现	8	32	1.569	优生	5	35	0.392
	长时呈现	4	36		差生	7	33	
大二	短时呈现	7	33	1.084	优生	4	32	0.058
	长时呈现	4	36		差生	7	33	

## 4 讨论

### 4.1 不同年级学生问题表征策略的发展

随着年级的增高,学生的解题正确百分数逐渐增加,学生的重新读题次数逐渐减少。小学五年级到初中二年级的解题正确百分数提高得很快。这表明,随着学生掌握的数学知识的深入,学生解比较应用题的质量明显提高。高二以上学生在第一遍读题后,对题目所描述的情境有了整体的认识,形成了恰当的问题表征,他们只需要很少的重新读题次数就能够高质量地完成解题任务。初二以下学生在第一遍读题后,只能形成问题的初步表征,需要反复重读题目来了解变量之间的关系以及数字与变量间的对应关系。

Hieber<sup>[4]</sup>认为,大部分具有概念性知识的学生可以创造新的解题程序,而不具有概念性知识的学生只能使用标准的解题程序。Geary<sup>[5]</sup>认为,概念性知识与灵活性是紧密联系的。高年级学生在概念性知识的理解和掌握上要比低年级学生更为稳固和扎实,所以他们能选择恰当的问题表征策略对题目进行深层次的表征,并将表征模式运用于不同的问题情境中。不同年级学生解比较应用题时的问题表征策略之间差异非常显著。高年级学生更多地使用数学模型策略,而低年级学生则更多依赖直译策略。随着年级的升高和掌握的概念性知识的增多,使用数学模型策略越来越成熟。

### 4.2 问题表征策略与数学成绩的关系

不同数学成绩学生的解题正确百分数间的差异在不同年级的表现不同。在小学五年级,优生的解题正确百分数非常显著地高于差生。初二以后,优生与差生的解题正确百分数之间差异不显著。这一方面表明,随着年级的升高,学生逐步掌握了比较应用题的结构及解法,解题正确百分数显著提高;另一方面也可能与高二和大二被试的选取有关,高中和大学被试都是经过中考和高考筛选的学生,所以数学成绩差生具有相对性。优生的重新读题次数非常显著地少于数学成绩差生。

不同数学成绩学生解比较应用题时运用的问题表征策略不同。小五学生中,优生与差生运用的问题表征策略之间差异非常显著。初二以后,优生与差生的问题表征策略之间差异不显著,多数学生都倾向于采用数学模型策略表征比较应用题。并且,随着年级的升高,使用数学模型策略的人次越来越

多,差生开始使用更加有效的数学模型策略,而且表征策略上的变化也提高了他们的解题正确百分数。董妍等人<sup>[6]</sup>研究发现,直译策略在一定条件下也能够导致正确解题。对成功解题者而言,因为他们能够很好的判断题型,所以直译策略表征比较应用题也能获得较高的解题正确率。但是直译策略却不能使所有题目都能得到正确解答,特别是对不成功的解题者来说,学生运用直译策略时解题正确率很低。路海东<sup>[7]</sup>、李晓东<sup>[8]</sup>的研究也获得了相似的结论。虽然学生主观上已经认识到应该使用高级的数学模型策略来解题,但是这种认识还没有深刻地影响到他们的解题行为。

### 4.3 呈现方式对比较应用题问题表征策略的影响

呈现时间对学生解题正确百分数的影响非常显著,短时呈现下的解题正确百分数与长时呈现相比差异非常显著。在短时呈现条件下,学生更多的依据对题目条件的回忆完成解题任务,对题目所描述条件没有形成正确表征的学生无法正确解题。

不同呈现方式对学生问题表征策略的影响不同。小五学生在短时呈现条件下有接近 75% 的学生采用直译策略,在长时呈现条件下有 42.5% 的学生采用直译策略。初二学生中有 65% 的学生在短时呈现条件下采用直译策略,40% 的学生在长时呈现条件下采用直译策略。

## 5 结论

5.1 学生解比较应用题时的问题表征策略存在显著的年龄特征,小五学生较多使用直译策略,初二以后,学生更多地采用数学模型策略。

5.2 数学成绩优生、差生解比较应用题时存在显著不同的问题表征策略,其间的显著差异在小学五年级阶段表现得尤为突出。

5.3 题目的呈现方式对学生解比较应用题时的问题表征策略有显著影响,短时呈现条件下,学生较多地采用直译策略,长时呈现条件下,学生较多地采用数学模型策略。

## 参考文献

- 1 Hegarty M, Kozhevnikov M. Types of visual - spatial representation and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 1999, 91(4): 684 - 689.
- 2 Stephen J P. Compare word problems: consistency hypothesis revisited. *Contemporary educational psychology*, 2003, 28: 396 - 421.

3 陈英和 ,仲宁宁 ,耿柳娜 .关于数学应用题心理表征策略的新理论 .心理科学 2004 27( 1 ) 246 – 247 .

4 Hiebert J ,Wearne D . Instruction ,understanding ,and skill in multidigit addition and subtraction . Cognition and instruction , 1996 ,14 251 – 283 .

5 Geary D C . Reflections of evolution and culture in children 's cognition . American psychologist ,1995 ,50 24 – 37 .

6 董妍 ,路海东 ,俞国良 .小学生应用题表征的类型和特点 .心理科学 2004 27( 1 ) :1352 – 1355 .

7 路海东 ,董妍 .小学生表征数学应用题策略的研究 .心理发展与教育 2003 ,19( 1 ) 60 – 63 .

8 李晓东 ,张向葵 ,沃建中 .小学三年级数学学优生与学困生解决比较问题的差异 .心理学报 ,2002 ,34( 4 ) :400 – 406 .

A Study on Problem Representation Strategy of Compare Word Problem

Feng Hong<sup>1</sup> , Yin Guoen<sup>1 2</sup> , An Rong<sup>3</sup>

- ( 1 . School of Education Science ,Tianjin Normal University ,Tianjin 300074 ;
- 2 . Research Center of Psychology and Behavior ,Tianjin Normal University ,Tianjin 300074 ;
- 3 . College of Vocational and Technical Education ,Tianjin University ,Tianjin 300074 )

**Abstract** :The study used a 2×2×4 mixed design to analysis the behavior of different grade students on solving compare problem . Results of problem solving , it showed that :problem representation strategy in solving compare problems is significance in different grades . Significant difference in the problem representation strategy between high score students and low score students . The present manner of problem affected the problem representation strategy in solving compare problems .

**Key words** :compare problem ;problem representation strategy ;present manner

( 上接第 18 页 )

参考文献

1 潘菽 .心理学简札 .下册 .北京 :人民教育出版社 ,1984 .416 .

2 5 6 12 20 潘菽 .心理学简札 .上册 .北京 :人民教育出版社 ,1984 .2 3 6 33 26 .

3 4 7 8 9 10 11 13 14 15 16 17 18 19 22 23 24 25 26 27 28 29 30 潘菽 .潘菽心理学文选 .江苏教育出版社 ,1987 .147 ,148 , 148 ,150 ,151 ,391 ,154 ,78 ,142 ,371 ,177 ,178 ,217 ,497 ,272 , 500 ,504 ,504 91 ,509 33 23 393 35 .

21 陈立 .平话心理学向何处去 .心理学探新论丛 ,1998 .2 .

The Contemporary Enlightenment of Pan Shu 's Psychology Thought

Jia Linxiang

( Education Science School , Xuzhou Normal University , Xuzhou 221116 )

**Abstract** :Pan Shu had analyzed such issues as research object ,subject nature ,research method ,relation between theory studies with application study of psychology systematically and profoundly . His analysis has provided us important theory enlightenment to carry out psychology study correctly . His forecast to psychology future development has revealed the relation between psychology and social development . It is also one kind of greatest encouragement to psychology researcher . The article has analyzed these problems in detail .

**Key words** :Pan Shu ;psychology thought ;contemporary enlightenment